

ENTANGLEMENT QUANTISTICO¹

ALBERTO RIMINI (*)

Nota presentata dal m.e. Attilio Rigamonti
(Adunanza del 21 gennaio 2016)

SUNTO. – La memoria riguarda una presentazione essenzialmente di carattere didattico-divulgativo, e a partire da principi primi, dello stato di *entanglement* di due particelle. Dopo alcuni richiami di carattere generale sulla meccanica quantistica e sulle teorie fisiche, ci si riferisce dapprima al caso di particella singola definendone stato, relazioni di incertezza e funzione d'onda nello spazio degli stati. Si considerano successivamente il sistema di due particelle e i suoi possibili stati, passando alla condizione di *entanglement* a partire dai primi articoli di Einstein Podolsky Rosen e Schroedinger. Viene quindi dettagliatamente descritto il problema della misurazione quantistica e il suo ruolo nello stato di *entanglement*. Si descrivono infine la soluzione ortodossa e le conclusioni più significative.

ABSTRACT. – This extended note deals with a pedagogical description of the entangled state of two particles, starting from first principles. After some general remarks about quantum mechanics and physical theories, the single particle case is discussed by defining state, uncertainty relations and wave function in the state space. The system of two particles is then considered, with its possible states, starting from the original papers by Einstein Podolsky Rosen and by Schroedinger. The quantum measurement problem is then introduced, together with its role in the entanglement state. Finally the orthodox solution and the relevant conclusions are drawn.

(*) Professore Emerito, Dipartimento di Fisica, Università di Pavia, Italia.
E-mail: info@istitutolombardo.it

¹ Questa nota è basata sulla presentazione orale da parte di Alberto Rimini (1937-2017) nell'adunanza del 21 gennaio 2016. La sua stesura è stata curata da Oreste Nicosini e Attilio Rigamonti, i quali hanno raccolto gli appunti originali, nella forma di trasparenze proiettate, e li hanno opportunamente rielaborati. In questo lavoro particolare cura è stata dedicata a mantenere il testo il più possibile fedele all'originale: allo scopo, gli interventi effettuati sono stati limitati ad adattare la presentazione orale alla forma di articolo scientifico di carattere divulgativo, e ad integrare la presentazione stessa con alcune (poche) osservazioni esplicative. In particolare, è stato aggiunto un breve paragrafo di conclusioni fedele, a quanto ricordano gli editori, al pensiero di Alberto.

LA MECCANICA QUANTISTICA

È la teoria fisica nata, tra il 1925 il 1926, per descrivere i sistemi atomici. È tuttora usata, in una forma compatibile con la relatività speciale, in ambito atomico, molecolare, dei sistemi estesi e in ambito subatomico.

La meccanica quantistica è sperimentalmente “verificata”, nel senso che mai è risultata falsificata, in una grande varietà di campi nei quali è ritenuta applicabile e in uno sterminato numero di esperimenti e dispositivi tecnici.

Ne esistono varie formulazioni. Formulazioni diverse possono essere del tutto equivalenti quanto alle previsioni, oppure differire in modo quantitativamente non rilevabile (almeno attualmente).

Nell'esposizione che segue si farà riferimento alla formulazione standard, quella introdotta dai padri fondatori, basata sulla cosiddetta interpretazione di Copenhagen, comunemente esposta nei libri di testo e insegnata nei corsi di studio universitari.

LO STATO NELLE TEORIE FISICHE

Il concetto di *stato di un sistema* riveste un'importanza fondamentale in fisica. Lo stato di un sistema è la rappresentazione matematica più esauriente, ammessa dalla teoria nel cui ambito è descritto il sistema, delle proprietà non permanenti del sistema stesso.

In quanto rappresentazione delle proprietà non permanenti del sistema, lo stato, in generale, dipende dal tempo. Il tipo di ente matematico che rappresenta lo stato dipende sia dal tipo di sistema fisico considerato che dalla teoria usata per descriverlo.

IL SISTEMA FISICO PIÙ SEMPLICE: UNA SINGOLA PARTICELLA

Nella meccanica razionale classica è detto *punto materiale*. Una particella non è necessariamente un oggetto piccolissimo. È un sistema che viene trattato come privo di qualsiasi struttura, privo anche della pura e semplice estensione spaziale, quindi puntiforme.

Di norma, trattare un oggetto come una particella significa introdurre un modello (il più semplice possibile) accettando un certo livello

di approssimazione nella descrizione del sistema considerato.

Un esempio: la dinamica del sistema solare può essere studiata trattando i pianeti, i satelliti, gli asteroidi come particelle.

LO STATO DI UNA PARTICELLA

In meccanica classica – È costituito dalla posizione $x, y, z = \mathbf{x}$ e dalla velocità $v_x, v_y, v_z = \mathbf{v}$ della particella.

A un certo tempo, la posizione dice *dove* è la particella, la velocità dice *come si muove*. In generale entrambe dipendono dal tempo.

In meccanica quantistica – S'intende che la particella è ora microscopica. Lo stato è costituito dalla funzione d'onda $\psi(\mathbf{x})$.

La funzione d'onda è una sorta di *nuvoletta*. La particella è sì puntiforme, ma la sua posizione è *distribuita* (spalmata) come è indicato dalla nuvoletta. È più probabile trovarla dove la nebbia è più fitta, e ha meno probabilità di essere rinvenuta dove la nebbia è meno fitta. La funzione d'onda e la conseguente nuvoletta dipendono dal tempo.

La particella è puntiforme ma la sua posizione è una nuvoletta! Questo può apparire un'insensatezza. In realtà si può dare un significato a quest'affermazione. Per ora accontentiamoci: in qualche senso la funzione d'onda indica dove si trova la particella.

Come si muove la particella?

Il fatto è che la funzione d'onda $\psi(\mathbf{x})$ è sì una nuvoletta ma è anche molto di più. Tanto che genera una *funzione sorella* $\varphi(\mathbf{v})$. La sorella è pur essa una nuvoletta, la quale informa su come è distribuita la velocità della particella, cioè come si muove la nuvoletta che descrive la posizione. La sorella $\varphi(\mathbf{v})$, come la funzione d'onda $\psi(\mathbf{x})$, dipende dal tempo.

CONFRONTI

Riassumendo:

Meccanica classica – La posizione \mathbf{x} e la velocità \mathbf{v} sono due terne di numeri che indicano *senza incertezza* dove si trova la particella e come si muove.

Meccanica quantistica – La funzione d'onda $\psi(\mathbf{x})$ e la funzione sorella $\varphi(\mathbf{v})$ sono entrambe *diffuse*.

Meccanica classica – Lo stato è costituito dalle due terne \mathbf{x} e \mathbf{v} e queste (a un dato tempo) sono indipendenti l'una dall'altra.

Meccanica quantistica – Lo stato è costituito dall'una $\psi(\mathbf{x})$ o dall'altra funzione $\varphi(\mathbf{v})$, le quali si implicano a vicenda.

Meccanica classica – L'evoluzione dello stato (la posizione e la velocità) è *deterministica* ed è dettata dall'*equazione di Newton*.

Meccanica quantistica – L'evoluzione dello stato (la funzione d'onda oppure sua sorella) è pure *deterministica* ed è dettata dall'*equazione di Schrödinger*.

LA RELAZIONE D'INCERTEZZA

In meccanica quantistica la posizione e la velocità sono entrambe nuvolette. Si potrebbe tuttavia pensare di ridurre a nostro piacimento l'estensione delle nuvolette fino a soddisfare la nostra repulsione per l'incertezza.

Questo non è possibile, o meglio non è possibile per entrambe le nuvolette. La relazione tra $\psi(\mathbf{x})$ e $\varphi(\mathbf{v})$ è tale che se noi riduciamo l'estensione di una necessariamente aumenta l'estensione dell'altra: le incertezze non possono essere entrambe ridotte *ad libitum*.

LO SPAZIO DEGLI STATI

Una funzione $\psi(\mathbf{x})$ è una funzione d'onda, cioè costituisce uno stato della particella, solo se soddisfa a certi requisiti.

Allora appartiene allo spazio degli stati della particella.

Per il seguito interessa solo una proprietà fondamentale dello spazio degli stati. Se $\psi_a(\mathbf{x})$ e $\psi_b(\mathbf{x})$ sono due possibili stati della particella, anche la somma o sovrapposizione $\psi(\mathbf{x}) = \psi_a(\mathbf{x}) + \psi_b(\mathbf{x})$ è un possibile stato.

Una proprietà analoga vale per gli stati di ogni e qualsiasi sistema quantistico.

IL SISTEMA DI DUE PARTICELLE E IL SUO STATO

Consideriamo ora un sistema appena un po' più complicato, il sistema costituito da due particelle.

Diamo loro un nome, chiamiamole 1 e 2.

In meccanica classica – L'estensione del concetto di stato al nuovo sistema è del tutto naturale. lo stato di *una* particella è costituito dalla posizione \mathbf{x} e dalla velocità \mathbf{v} , lo stato di *due* particelle è costituito dalle posizioni e dalle velocità di entrambe, $\mathbf{x}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{v}_2$.

In meccanica quantistica – Di nuovo l'estensione del concetto di stato è del tutto naturale. lo stato di *una* particella è costituito dalla funzione d'onda $\psi(\mathbf{x})$, lo stato di *due* particelle è costituito dalla funzione d'onda $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$. Anche $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ è una nuvoletta, una nuvoletta nello spazio delle posizioni delle due particelle (a 6 dimensioni). Indica come è distribuita la coppia $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ delle loro posizioni.

STATI DELLE DUE PARTICELLE E STATO DEL SISTEMA DI DUE PARTICELLE

In meccanica classica – Se gli stati di due particelle sono $\mathbf{x}_1, \mathbf{v}_1$ e $\mathbf{x}_2, \mathbf{v}_2$, lo stato del sistema delle due particelle è $\mathbf{x}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{v}_2$, e *viceversa*.

In meccanica quantistica – Se gli stati di due particelle sono $\psi(\mathbf{x}_1)$ e $\psi(\mathbf{x}_2)$, lo stato del sistema delle due particelle è il prodotto $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \psi(\mathbf{x}_1)\psi(\mathbf{x}_2)$. Ma, in generale, a uno stato $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ di un sistema di due particelle *non corrispondono* stati definiti delle due particelle. Il motivo per cui in *meccanica quantistica* succede questo è semplice: in generale una funzione di \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 *non è* il prodotto di una funzione di \mathbf{x}_1 e una funzione di \mathbf{x}_2 .

Ad esempio $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \psi_a(\mathbf{x}_1)\psi_b(\mathbf{x}_2) + \psi_c(\mathbf{x}_1)\psi_d(\mathbf{x}_2) \neq \psi_e(\mathbf{x}_1)\psi_f(\mathbf{x}_2)$ (a meno che non si verifichino condizioni particolari). Allora lo stato $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ è *entangled*, nel senso che mentre le due particelle *come un tutto* si trovano in uno stato definito $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, ciascuna di esse individualmente prese non si trova in uno stato definito; le due particelle sono in un certo senso “intrecciate”.

Questa situazione non è eccezionale, priva di interesse pratico. Al contrario è piuttosto comune.

STATO DEL SISTEMA DELLE DUE PARTICELLE E STATI DELLE DUE PARTICELLE

Un esempio quantistico – Due particelle, siano 1 e 2, si muovono nello spazio; siano \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 le loro coordinate.

Come possiamo descrivere il sistema?

Il sistema *come un tutto* si muove nello spazio e come tale è in uno stato definito. Esso ha una sua *struttura interna* e come tale è in uno stato definito.

La funzione d'onda $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ è il prodotto di una funzione d'onda $\Phi(\mathbf{X})$ che descrive il movimento delle due particelle nello spazio, \mathbf{X} essendo la coordinata del loro centro di massa, e di una funzione d'onda (\mathbf{x}) che descrive il suo stato interno, \mathbf{x} essendo la coordinata relativa delle due particelle: $\psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \Phi(\mathbf{X}) (\mathbf{x})$.

Tuttavia, in generale, $\Phi(\mathbf{X}) (\mathbf{x}) \neq \psi_1(\mathbf{x}_1) \psi_2(\mathbf{x}_2)$, cosicché le due particelle *come un tutto* si trovano in uno stato ben definito, mentre ciascuna di esse no.

Un esempio classico – Trattiamo, con la meccanica classica, il solo sistema terra-luna. Anche in questo caso conviene trattare il sistema per mezzo della posizione del centro di massa del sistema terra-luna \mathbf{X} , della posizione relativa della luna rispetto alla terra \mathbf{x} e delle corrispondenti velocità \mathbf{V} e \mathbf{v} . Ma, a differenza che in meccanica quantistica, istante per istante i valori di \mathbf{X} , \mathbf{V} e \mathbf{x} , \mathbf{v} *determinano* valori corrispondenti di $\mathbf{x}_{\text{terra}}$, $\mathbf{v}_{\text{terra}}$ e \mathbf{x}_{luna} , \mathbf{v}_{luna} , cioè gli stati della terra e della luna separatamente presi.

Torniamo al caso delle due particelle microscopiche. È un caso di *entanglement*, le singole particelle non sono in stati definiti. La circostanza non è sconvolgente. Il sistema è un tutt'uno, che ha una sua identità come tale, il fatto che le due particelle perdano in qualche senso la loro identità ci appare quasi naturale.

Ma esistono due tipi di situazione in cui al contrario l'*entanglement* è difficile da accettare.

ENTANGLEMENT PROBLEMATICI

Nel 1935, a dieci anni di distanza dall'introduzione della meccanica quantistica, uscirono due articoli che evidenziavano certi aspetti "paradossali" o almeno sorprendenti dell'*entanglement* quantistico.

Uno dei due articoli, di Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen, discuteva gli aspetti sorprendenti dell'*entanglement* tra oggetti lontani, aspetti ora noti come "paradosso" EPR.

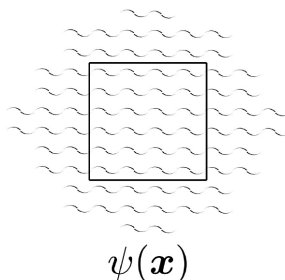
Nell'altro articolo, firmato da Erwin Schrödinger, si mostrava come dar luogo a uno stato *entangled* tra un oggetto microscopico e

uno macroscopico, un gatto. In questo secondo caso, il coinvolgimento di un essere vivente, il *gatto di Schrödinger*, esaltava l'inconcepibilità del risultato.

MISURAZIONE

A questo punto dobbiamo fare una digressione per descrivere un elemento imprescindibile dell'apparato formale della meccanica quantistica.

Secondo i principi della meccanica quantistica standard le *misurazioni* eseguite sul sistema considerato sono *processi di natura speciale* per i quali valgono *regole speciali*.



Un esempio semplice ma paradigmatico. Un rivelatore accerta se la particella studiata è dentro un certo volume o no.

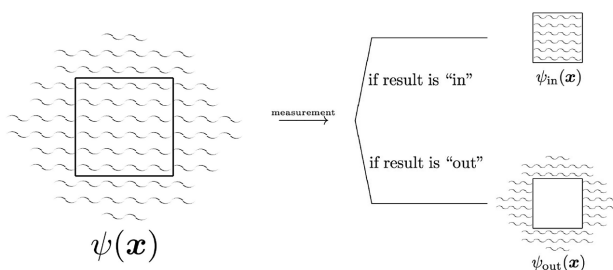
Entrambi i risultati sono possibili:

“in” – la particella è dentro,

“out” – la particella non è dentro, cioè è fuori.

Solo se la nuvoletta è tutta dentro o tutta fuori, il risultato è certamente “in” o “out”.

Ma che cosa succede allo stato in conseguenza della misurazione?



La funzione d'onda viene *ridotta* dalla misurazione. In corrispondenza della misurazione emerge il carattere *non deterministico*, probabilistico della meccanica quantistica, sia per quanto riguarda il valore della grandezza misurata, sia per quanto riguarda la corrispondente evoluzione, la riduzione.

ENTANGLEMENT – IL PARADOSSO EPR

Una molecola biatomica è un sistema di due particelle, i due atomi. La sua funzione ha la forma

$$\Phi(\mathbf{X}) (\mathbf{x})$$

dove i simboli sono già stati illustrati in precedenza.

Lo stato interno della molecola non è unico, in generale ne esistono molti, consideriamone due, ${}_a(\mathbf{x})$ e ${}_b(\mathbf{x})$.

Per illustrare l' *entanglement* EPR ci servono due molecole, di nome 1 e 2.

Gli stati possibili della molecola 1 sono

$$\Phi_1(\mathbf{X}_1) {}_a(\mathbf{x}_1) \text{ e } \Phi_1(\mathbf{X}_1) {}_b(\mathbf{x}_1),$$

quelli della molecola 2 sono

$$\Phi_2(\mathbf{X}_2) {}_a(\mathbf{x}_2) \text{ e } \Phi_2(\mathbf{X}_2) {}_b(\mathbf{x}_2).$$

Considerando il sistema costituito dalle due molecole, una *qui* e l'altra *là*, stati possibili sono

$$(\Phi_{\text{qui}}(\mathbf{X}_1) {}_a(\mathbf{x}_1)) (\Phi_{\text{là}}(\mathbf{X}_2) {}_b(\mathbf{x}_2)) = (\Phi_{\text{qui}}(\mathbf{X}_1) \Phi_{\text{là}}(\mathbf{X}_2)) ({}_a(\mathbf{x}_1) {}_b(\mathbf{x}_2)),$$

$$(\Phi_{\text{qui}}(\mathbf{X}_1) {}_b(\mathbf{x}_1)) (\Phi_{\text{là}}(\mathbf{X}_2) {}_a(\mathbf{x}_2)) = (\Phi_{\text{qui}}(\mathbf{X}_1) \Phi_{\text{là}}(\mathbf{X}_2)) ({}_b(\mathbf{x}_1) {}_a(\mathbf{x}_2)).$$

Ma lo stato può anche essere

$$(\Phi_{\text{qui}}(\mathbf{X}_1) \Phi_{\text{là}}(\mathbf{X}_2)) ({}_a(\mathbf{x}_1) {}_b(\mathbf{x}_2) + {}_b(\mathbf{x}_1) {}_a(\mathbf{x}_2)).$$

E qui appaiono elementi di disagio.

Ciò che preoccupava Einstein, Podolsky e Rosen è quanto segue. Misuriamo lo stato interno della molecola 1, quella che si trova *qui*.

Sono possibili due risultati:

- la molecola 1 è nello stato interno ${}_a(\mathbf{x}_1)$ oppure
- la molecola 1 è nello stato interno ${}_b(\mathbf{x}_1)$.

Supponiamo che il risultato sia ${}_a(\mathbf{x}_1)$. Che cosa succede? Ha luogo la riduzione, cioè

$$(\Phi_{\text{qui}}(\mathbf{X}_1) \Phi_{\text{là}}(\mathbf{X}_2)) ({}_a(\mathbf{x}_1) {}_b(\mathbf{x}_2) + {}_b(\mathbf{x}_1) {}_a(\mathbf{x}_2)) \hat{=} \Phi_{\text{qui}}(\mathbf{X}_1) \Phi_{\text{là}}(\mathbf{X}_2) {}_a(\mathbf{x}_1) {}_b(\mathbf{x}_2)$$

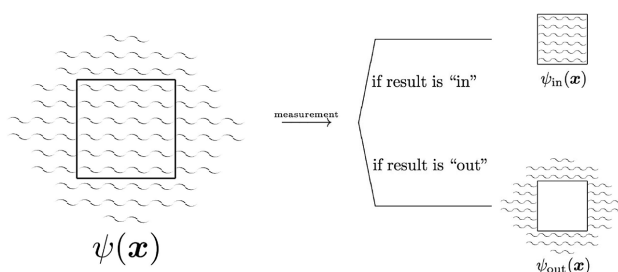
Abbiamo *agitato a distanza* sullo stato interno della molecola 2. Secondo i tre di EPR questa azione a distanza, questa non-località, è inconcepibile, non può sussistere. Quindi lo stato del sistema non può

essere costituito dalla sola funzione d'onda, devono esistere delle *variabili addizionali* che *determinano* sia il risultato della misurazione sulla molecola 1, sia ciò che avviene alle due molecole.

La ricerca negli anni successivi (basata sulla disuguaglianza di Bell e sulla sua analisi sperimentale) ha mostrato che è effettivamente possibile sostituire alla meccanica quantistica standard una meccanica quantistica *deterministica* in cui lo stato è costituito dalla funzione d'onda più opportune variabili addizionali. Ma queste variabili addizionali hanno necessariamente comportamenti non-locali. In questo senso si può sostenere che anche Einstein sbagliava.

ENTANGLEMENT – IL GATTO DI SCHRÖDINGER

Torniamo alla descrizione della misurazione della posizione di una particella secondo la meccanica quantistica standard.



Si possono fare due considerazioni, tra di loro connesse. La prima è che la misurazione è descritta come una *situazione speciale*, nella quale si verifica una rottura dell'evoluzione ordinaria. La seconda è che l'apparato misuratore *non entra nella descrizione*, esso deve esistere e pale- sare il risultato, ma è solo lo stato della particella che viene descritto, $\psi(\mathbf{x})$ prima, $\psi_{\text{in}}(\mathbf{x})$ o $\psi_{\text{out}}(\mathbf{x})$ dopo.

Sorge spontanea l'idea di

- includere l'apparato nella descrizione,
- trattare il sistema "particella microscopica più apparato" secondo le regole ordinarie,
- riottenere in questo modo le regole speciali della formulazione standard.

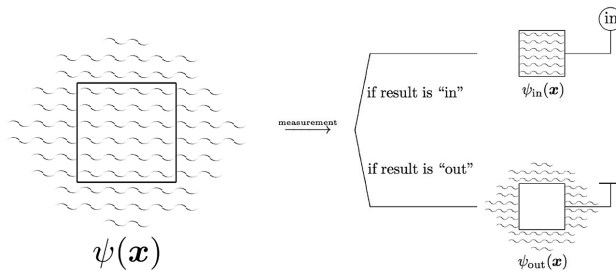
In realtà cosa è l'apparato? È un sistema molto complesso, che

certamente deve contenere un *indicatore macroscopico*, i cui diversi stati mostrino agli umani il risultato della misurazione.

Caratteristiche essenziali di un apparato misuratore sono

- una parte, di regola microscopica, interagisce con il sistema microscopico misurato,
- la modificazione della parte microscopica scatena un processo di amplificazione,
- la modificazione amplificata provoca un mutamento dello stato dell'indicatore.

La seguente figura illustra la situazione:



Se dunque si descrive il sistema particella più apparato secondo la meccanica quantistica, il suo stato è soggetto alla seguente evoluzione:

$$(\psi_{\text{in}}(\mathbf{x}) + \psi_{\text{out}}(\mathbf{x})) [a(\dots) \dots \psi_{\text{paletta}}^{\text{giù}}(\dots)] \rightarrow$$

$$\psi_{\text{in}}(\mathbf{x}) [b(\dots) \dots \psi_{\text{paletta}}^{\text{su}}(\dots)] + \psi_{\text{out}}(\mathbf{x}) [a(\dots) \dots \psi_{\text{paletta}}^{\text{giù}}(\dots)],$$

$\psi_{\text{paletta}}^{\text{giù}}(\dots)$ e $\psi_{\text{paletta}}^{\text{su}}(\dots)$ rappresentano lo stato dell'indicatore (paletta su o giù rispettivamente), e $a(\dots)$ e $b(\dots)$ rappresentano gli stati di parti intermedie dell'apparato di misurazione.

Dunque il risultato che si ottiene applicando la sola evoluzione quantistica al sistema che include l'apparato di misurazione *non corrisponde* a quanto prevede la teoria standard e appare *incomprensibile*, essendo la sovrapposizione di stati macroscopicamente diversi dell'indicatore.

Schrödinger rese particolarmente evidente il carattere paradossale dello stato entangled che viene a crearsi in seguito alla misurazione immaginando la seguente situazione. Si supponga che all'interno del volume in cui si accerta la presenza della particella, o meno, sia presente un gatto; si supponga inoltre che quando la particella viene trovata *in*, un dispositivo diffonda nel volume un gas venefico che uccide il gatto; allora l'evoluzione quantistica dello stato del sistema "particella + ... + gatto" è data da

$$(\psi_{\text{in}}(\mathbf{x}) + \psi_{\text{out}}(\mathbf{x})) [a(\dots) \dots \psi_{\text{gatto}}^{\text{vivo}}(\dots)] \rightarrow$$

$$\psi_{\text{in}}(\mathbf{x}) [b(\dots) \dots \psi_{\text{gatto}}^{\text{morto}}(\dots)] + \psi_{\text{out}}(\mathbf{x}) [a(\dots) \dots \psi_{\text{gatto}}^{\text{vivo}}(\dots)],$$

cioè uno stato in cui il povero gatto è in una sovrapposizione di *gatto vivo* e *gatto morto*.

LA SOLUZIONE ORTODOSSA

A questo punto l'interpretazione standard taglia la testa al toro. I “gradi di libertà” *su* o *giù* della paletta o *morto* o *vivo* del gatto per il loro carattere macroscopico sono *classici*. Come tali essi sono necessariamente sempre in uno stato definito.

Pertanto ha luogo la riduzione

$$\psi_{\text{in}}(\mathbf{x}) b(\dots) \dots \psi_{\text{gatto}}^{\text{morto}}(\dots) + \psi_{\text{out}}(\mathbf{x}) a(\dots) \dots \psi_{\text{gatto}}^{\text{vivo}}(\dots)$$

$$\rightarrow \begin{aligned} &\psi_{\text{in}}(\mathbf{x}) b(\dots) \dots \psi_{\text{gatto}}^{\text{morto}}(\dots) \text{ se il risultato è } \textit{in}, \\ &\psi_{\text{out}}(\mathbf{x}) a(\dots) \dots \psi_{\text{gatto}}^{\text{vivo}}(\dots) \text{ se il risultato è } \textit{out}. \end{aligned}$$

CONCLUSIONI

L'*entanglement*, cioè l'esistenza di stati quantistici di sistemi composti tali per cui esistano proprietà globali ma non proprietà individuali dei componenti, è una delle caratteristiche più sorprendenti della meccanica quantistica. Lungi dall'essere una situazione particolare, di scarsa rilevanza pratica, al contrario esso è una situazione piuttosto comune. Mentre l'*entanglement* di particelle microscopiche su distanze microscopiche appare come in un certo senso naturale, quando si abbia a che fare o con *entanglement* di particelle microscopiche su grandi distanze o con *entanglement* di sistemi microscopici e macroscopici compaiono aspetti paradossali.

La prima delle due situazioni ha dato origine al cosiddetto paradosso EPR: secondo gli estensori di questa linea di pensiero la meccanica quantistica non sarebbe una teoria completa, nel senso che devono esistere variabili addizionali, dette variabili nascoste, che predeterminano il risultato delle misurazioni. L'intensa attività di ricerca su questo argomento (basata sulla disuguaglianza di Bell e sulle successive analisi sperimentali di Aspect e altri) ha evidenziato che un eventuale comple-

tamento della meccanica quantistica mediante una teoria a variabili nascoste non è possibile se queste ultime sono locali: in questo senso Einstein e collaboratori sbagliavano, una visione del mondo contemporaneamente realista, deterministica e locale non è sostenibile.

La seconda delle due situazioni mette in evidenza come la misurazione abbia un ruolo speciale: se la soluzione al problema sia l'interpretazione ortodossa della meccanica quantistica, con il collasso della funzione d'onda all'atto della misurazione, o altre possibili interpretazioni/estensioni della meccanica quantistica stessa, è argomento di vivace ricerca scientifica contemporanea.